Grandeurs et Unités

1

Puisque l'on insite sur les mesures, faisons une brève introduction sur les unités conventionnelles des grandeurs rencontrées en physique. Nous profiterons de cette halte pour introduire l'analyse dimensionnelle et pour pratiquer une approche heuristique.

1-1 Le système international d'unités

L'ensemble des grandeurs physiques mesurables font référence à des unités. Des conventions internationales définissent le système international d'unités (SI). Le Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) a été créé par la Convention du Mètre signée à Paris le 20 mai 1875. Le Bureau international a pour mission d'assurer l'unification mondiale des mesures physiques[1] ; il est chargé :

· d'établir les étalons fondamentaux et les échelles pour la mesure des principales grandeurs physiques et de conserver les prototypes internationaux ;
· d'effectuer la comparaison des étalons nationaux et internationaux ;
· d'assurer la coordination des techniques de mesure correspondantes ;
· d'effectuer et de coordonner les mesures des constantes physiques fondamentales qui interviennent dans les activités ci-dessus.

• Unités SI de base

Les définitions officielles de toutes les unités de base du SI sont approuvées par la Conférence générale. La première de ces définitions fut approuvée en 1889 et la plus récente en 1983. Ces définitions sont modifiées de temps à autre pour suivre l'évolution des techniques de mesure et afin de permettre une réalisation plus exacte des unités de base.

1. Son site : www.bipm.fr vous donne toutes les informations nécessaires, ainsi que tous les textes de référence en français.

Unité de longueur (mètre)

Le mètre est la longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière pendant une durée de
1/299 792 458 de seconde.

Unité de masse (kilogramme)

Le kilogramme est l'unité de masse ; il est égal à la masse du prototype international du kilogramme.

Unité de temps (seconde)

La seconde est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133.

Unité de courant électrique (ampère)

L'ampère est l'intensité d'un courant constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placés à une distance de 1 mètre l'un de l'autre dans le vide, produirait entre ces conducteurs une force égale à 2 $\times 10^{-7}$ **newton par mètre de longueur.**

Unité de température thermodynamique (kelvin)

Le kelvin, unité de température thermodynamique, est la fraction 1/273,16 de la température thermodynamique du point triple de l'eau.

Unité de quantité de matière (mole)

1. **La mole est la quantité de matière d'un système contenant autant d'entités élémentaires qu'il y a d'atomes dans 0,012 kilogramme de carbone 12 ; son symbole est mol.**
2. **Lorsqu'on emploie la mole, les entités élémentaires doivent être spécifiées et peuvent être des atomes, des molécules, des ions, des électrons, d'autres particules ou des groupements spécifiés de telles particules.**

Unité d'intensité lumineuse (candela)

La candela est l'intensité lumineuse, dans une direction donnée, d'une source qui émet un rayonnement monochromatique de fréquence 540 $\times 10^{12}$ **hertz et dont l'intensité énergétique dans cette direction est 1/683 watt par stéradian.**

Ces définitions ont pour effet de fixer la vitesse de la lumière c à 299 792 458 m.s^{-1} et la perméabilité du vide μ_0 à $4\pi \times 10^{-7}$ H.m^{-1} exactement.

Elles nécessitent aussi parfois des précisions. Pour la "seconde", on précise que l'atome de césium est au repos, pour la "mole" on précise que les atomes de carbone 12 sont non liés, au repos et dans leur état fondamental.

Ces unités ainsi définies ont aussi une représentation symbolique et typographique définie conventionellement. Cela donne :

Grandeur de base	Nom	Symbole
longueur	*mètre*	`m`
masse	*kilogramme*	`kg`
temps	*seconde*	`s`
courant électrique	*ampère*	`A`
température thermodynamique	*kelvin*	`K`
quantité de matière	*mole*	`mol`
intensité lumineuse	*candela*	`cd`

• *Les unités dérivées*

Par souci de commodité, certaines unités dérivées ont reçu un nom spécial et un symbole particulier. Ces noms et symboles peuvent eux-mêmes être utilisés pour exprimer d'autres unités dérivées. Les noms spéciaux et les symboles particuliers permettent d'exprimer, sous une forme condensée, des unités fréquemment utilisées.

Le tableau suivant donne des unités dérivées fréquemment utilisées en physique et qui ont un nom spécifique :

Grandeur dérivée	Nom	Symbole	Aussi	SI
fréquence	*hertz*	Hz		s^{-1}
force	*newton*	N		$\mathrm{m\cdot kg\cdot s}^{-2}$
pression	*pascal*	Pa	$\mathrm{N/m}^2$	$\mathrm{m}^{-1}\cdot\mathrm{kg\cdot s}^{-2}$
énergie, travail, quantité de chaleur	*joule*	J	$\mathrm{N\cdot m}$	$\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{kg\cdot s}^{-2}$
puissance	*watt*	W	J/s	$\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{kg\cdot s}^{-3}$
quantité d'électricité, charge électrique	*coulomb*	C		$\mathrm{s\cdot A}$
différence de potentiel électrique	*volt*	V	W/A	$\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{kg\cdot s}^{-3}\cdot\mathrm{A}^{-1}$
capacité électrique	*farad*	F	C/V	$\mathrm{m}^{-2}\cdot\mathrm{kg}^{-1}\cdot\mathrm{s}^4\cdot\mathrm{A}^2$
résistance électrique	*ohm*	Ω	V/A	$\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{kg\cdot s}^{-3}\cdot\mathrm{A}^{-2}$
flux d'induction magnétique	*weber*	Wb	$\mathrm{V\cdot s}$	$\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{kg\cdot s}^{-2}\cdot\mathrm{A}^{-1}$
induction magnétique	*tesla*	T	$\mathrm{Wb/m}^2$	$\mathrm{kg\cdot s}^{-2}\cdot\mathrm{A}^{-1}$
inductance	*henry*	H	Wb/A	$\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{kg\cdot s}^{-2}\cdot\mathrm{A}^{-2}$
température Celsius	*degré Celsius*	$^\circ\mathrm{C}$		K

Enfin voici quelques exemples d'unités dérivées mais qui n'ont pas reçu de nom spécifique :

Grandeur dérivée	**Nom**	**Symbole**	**SI**
viscosité dynamique	pascal seconde	Pa·s	$m^{-1}\cdot kg\cdot s^{-1}$
moment d'une force	newton mètre	N·m	$m^2\cdot kg\cdot s^{-2}$
tension superficielle	newton par mètre	N/m	$kg\cdot s^{-2}$
vitesse angulaire	radian par seconde	rad/s	s^{-1}
accélération angulaire	radian par seconde carrée	rad/s^2	s^{-2}
flux thermique surfacique	watt par mètre carré	W/m^2	$kg\cdot s^{-3}$
capacité thermique, entropie	joule par kelvin	J/K	$m^2\cdot kg\cdot s^{-2}\cdot K^{-1}$
conductivité thermique	watt par mètre kelvin	W/(m·K)	$m\cdot kg\cdot s^{-3}\cdot K^{-1}$
champ électrique	volt par mètre	V/m	$m\cdot kg\cdot s^{-3}\cdot A^{-1}$
permittivité	farad par mètre	F/m	$m^{-3}\cdot kg^{-1}\cdot s^4\cdot A^2$
perméabilité	henry par mètre	H/m	$m\cdot kg\cdot s^{-2}\cdot A^{-2}$

Pour en finir avec les conventions, des préfixes des multiples et sous-multiples décimaux des unités SI ont été définis :

Facteur	Préfixe	Symbole	Facteur	Préfixe	Symbole
10^{24}	yotta	Y	10^{-1}	déci	d
10^{21}	zetta	Z	10^{-2}	centi	c
10^{18}	exa	E	10^{-3}	milli	m
10^{15}	peta	P	10^{-6}	micro	μ
10^{12}	téra	T	10^{-9}	nano	n
10^{9}	giga	G	10^{-12}	pico	p
10^{6}	méga	M	10^{-15}	femto	f
10^{3}	kilo	k	10^{-18}	atto	a
10^{2}	hecto	h	10^{-21}	zepto	z
10^{1}	déca	da	10^{-24}	yocto	y

Enfin il existe aussi des unités en dehors du SI dont la valeur en unité SI est obtenue expérimentalement comme par exemple :

Nom	**Symbole**	**Valeur en unités SI**
électronvolt	eV	1 eV= 1.60217733 (49) $\times 10^{-19}$ J
unité de masse atomique	u	1 u= 1.6605402 (10)$\times 10^{-27}$ kg
unité astronomique	ua	1 ua= 1.49597870691 (30)$\times 10^{11}$ m

1-2 Analyse dimensionnelle

L'existence de ce système international SI signifie que *toutes* les autres grandeurs de la physique ont des unités qui sont des fonctions homogènes de ces unités de base. Une fonction $f(x_1, x_2, \ldots)$ est *homogène* si, en effectuant un changement d'échelle sur toutes les variables : $x_1 \Rightarrow \lambda_1 x_1$, $x_2 \Rightarrow \lambda_2 x_2$, $x_3 \Rightarrow \lambda_3 x_3$, …, la fonction elle aussi change d'échelle $f(\lambda_1 x_1, \lambda_2 x_2, \ldots) = \lambda_1^{\alpha_1} \lambda_2^{\alpha_2} \ldots f(x_1, x_2, \ldots)$

L'unité de toute grandeur disons G_r s'exprime donc toujours par une relation du genre :

1-1 $$G_r = \mathtt{m}^{\alpha_1} \times \mathtt{kg}^{\alpha_2} \times \mathtt{s}^{\alpha_3} \times \mathtt{A}^{\alpha_4} \times \mathtt{K}^{\alpha_5} \times \mathtt{mol}^{\alpha_6} \times \mathtt{cd}^{\alpha_7}$$

Ce type de relation, très restrictive en fait, permet de conjecturer une loi physique.

On procède comme suit :

–1– On connait les unités de la grandeur que l'on cherche

–2– On admet l'existence d'une dépendance : la loi, entre cette grandeur et d'autres variables dont on connait aussi les unités

–3– La forme de la loi conjecturée se trouve en cherchant la relation homogène qui relie les unités de la grandeur aux unités des variables.

Cette technique de construction de loi s'appelle *l'analyse dimensionnelle.*

Si cette technique n'indique pas la loi véritable, puisqu'elle ne peut tenir compte de grandeurs qui n'ont pas de dimensions physiques et puisqu'on peut aussi se tromper sur les variables pertinentes, elle permettra par contre toujours d'identifier des lois fausses qui ne respectent pas les unités des grandeurs.

• Exemples – Exercices

Ex 1 : On observe un phénomène : le balancement d'un objet attaché à un fil ; un pendule. Le pendule oscille *parce qu'il tombe et qu'il est retenu par le fil.* On désire trouver la loi qui relie la période (le temps d'aller-retour) τ aux paramètres que l'on devine importants : la longueur du fil L, l'accélération que tous les corps subissent quand on les laisse tomber g et la masse de l'objet M. Nous considérons comme non pertinents la viscosité de l'air, la masse du fil, la dimension de l'objet, la hauteur atteinte lors des oscillations, … (ne vous trompez pas : il y a autant de physique dans l'exclusion de ce qui n'est pas pertinent que dans le maintien de ce qui l'est)

La période τ se mesure en seconde `s`, les autres grandeurs ont comme unité respective : M en `kg`, g en $\mathtt{m/s}^2$ et L en `m`. L'homogénéité de la relation nous impose que :

ex1-1 $$\tau \sim M^a{\cdot}g^b{\cdot}L^c \quad \Rightarrow \quad \mathtt{s} = (\mathtt{kg})^a{\cdot}(\mathtt{m/s^2})^b{\cdot}(\mathtt{m})^c$$

En identifiant les puissances des unités, on trouve : comme il n'y a pas de “kg” à gauche de l'équation et qu'il y en a $\mathtt{kg}^a$, on obtient $0 = a$. De même nous avons à gauche des “s” et $\mathtt{s}^{-2b}$ à droite. Donc nous avons $1 = -2b$. Enfin, il n'y a pas de “m” à droite alors qu'il y a $\mathtt{m}^{b+c}$ à gauche, cela donne $0 = b + c$. Ces trois équations ont une solution unique : $a = 0 \quad b = -1/2 \quad c = 1/2$ ce qui nous donne comme relation :

ex1-2 $$\tau \sim \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Cette loi, si le choix des paramètres est juste, nous dit que la période τ est proportionnelle à la racine carrée du rapport de la longueur L à l'accélération g et aussi que ce temps est indépendant de la masse M.
C'est exactement ce qui va être déduit de la physique newtonienne dans quelques chapitres.

Ex 2 : Les planètes tournent autour du Soleil. Déterminons la période de rotation T. Les paramètres en jeu sont la masse du Soleil M, la constante G qui détermine la force de gravitation, la distance R qui sépare les objets. Les unités respectives sont : T en s (c'est ce qu'on cherche), M en kg, G en $\mathtt{kg}^{-1}{\cdot}\mathtt{m}^3{\cdot}\mathtt{s}^{-2}$ et enfin R en m (ce sont les paramètres). On cherche une loi $T \sim M^a{\cdot}G^b{\cdot}R^c$. Injectons les unités de chaque grandeur, nous obtenons l'équation :

ex2-1 $$\mathtt{s} = (\mathtt{kg})^a{\cdot}(\mathtt{kg}^{-1}\mathtt{m}^3\mathtt{s}^{-2})^b{\cdot}\mathtt{m}^c$$

qui, lorsque l'on identifie les unités à gauche et à droite du signe d'égalité, nous donne :

ex2-2 $$\begin{pmatrix} 0 & = & a-b \\ 0 & = & 3b+c \\ 1 & = & -2b \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} a & = & -1/2 \\ b & = & -1/2 \\ c & = & 3/2 \end{pmatrix}$$

La loi est donc conjecturée comme :

ex2-3 $$T \sim \sqrt{\frac{R^3}{GM}} \quad \text{ou encore} \quad \frac{T^2}{R^3} \sim \frac{1}{GM}$$

Cette loi est la forme que prendra la loi de Kepler qui décrit la trajectoire des planètes du système solaire dans leur course autour du Soleil.

Ex 3 : On nous dit que des cavités de rayon R apparaissent, comme les trous dans le gruyère, dans le gaz interstellaire lors de l'explosion d'une étoile. Sachant que l'explosion libère une énergie E, comment évolue le rayon R de cette cavité au cours du temps t ? La masse spécifique ρ du milieu dans lequel cette bulle se développe est certes un paramètre important. Essayons donc d'exprimer cette relation inconnue :

ex3-1 $$R \sim E^a{\cdot}t^b{\cdot}\rho^c$$

Injectons les unités respectives :

ex3-2 $$\mathtt{m} = (\mathtt{J})^a{\cdot}(\mathtt{s})^b{\cdot}(\mathtt{kg}{\cdot}\mathtt{m}^{-3})^c \quad \text{ou encore} \quad \mathtt{m} = (\mathtt{kg}{\cdot}\mathtt{m}^2{\cdot}\mathtt{s}^{-2})^a{\cdot}(\mathtt{s})^b{\cdot}(\mathtt{kg}{\cdot}\mathtt{m}^{-3})^c$$

Identifions les unités, cela nous donne un système d'équations :

ex3-3
$$\begin{pmatrix} 0 & = & a+c \\ 1 & = & 2a-3c \\ 0 & = & -2a+b \end{pmatrix}$$

qui a pour solution :

ex3-4
$$a = {}^{1}\!/_{5}, \quad b = {}^{2}\!/_{5}, \quad c = -{}^{1}\!/_{5}$$

Nous conjecturons donc que le rayon R évolue au cours du temps suivant une loi du type :

ex3-5
$$R \sim \left(\frac{E}{\rho}\right)^{1/5} t^{2/5}$$

La vitesse d'expansion V, puisque l'on s'attend à $V \sim R/t$, est elle conjecturée comme :

ex3-6
$$V \sim \left(\frac{E}{\rho}\right)^{1/5} t^{-3/5}$$

C'est sous cette forme que des astrophysiciens cherchent à exprimer certaines données expérimentales.

Ex 4 : Quelle est la pression P, engendrée par la gravitation, à l'intérieur d'une planète de rayon R et de masse M ? Comme la gravitation entre en jeu, on doit songer à utiliser la constante gravitationnelle G. Les unités de la pression sont le pascal $\mathtt{Pa} = \mathtt{N/m}^2$. On a donc :

ex4-1
$$P \sim G^a \cdot M^b \cdot R^c \;\rightarrow\; \mathtt{m}^{-1} \cdot \mathtt{kg} \cdot \mathtt{s}^{-2} = (\mathtt{kg}^{-1} \cdot \mathtt{m}^3 \cdot \mathtt{s}^{-2})^a \cdot (\mathtt{kg})^b \cdot (\mathtt{m})^c$$

les équations et leur solution sont :

ex4-2
$$\begin{pmatrix} -1 & = & 3a+c \\ 1 & = & -a+b \\ -2 & = & -2a \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} a = & 1 \\ b = & 2 \\ c = & -4 \end{cases}$$

on a donc :

ex4-3
$$P \sim \frac{GM^2}{R^4}$$

qui correspond à la pression que les physiciens vont utiliser pour déterminer les conditions de stabilité des structures planétaires

Ex 5 : Connaissant la pression P et la masse spécifique ρ d'une substance, peut-on construire une vitesse V ? Cherchons une loi homogène liant la vitesse V à la pression P et à la masse spécifique ρ, puis, comme précédemment, identifions les unités :

ex5-1
$$V \sim P^a \rho^b \;\rightarrow\; \mathtt{m} \cdot \mathtt{s}^{-1} = (\mathtt{m}^{-1} \cdot \mathtt{kg} \cdot \mathtt{s}^{-2})^a \cdot (\mathtt{kg} \cdot \mathtt{m}^{-3})^b$$

Les équations sont donc obtenues en identifiant à gauche et à droite les puissances des $\mathtt{m}$, $\mathtt{kg}$ et enfin des $\mathtt{s}$:

ex5-2
$$1 = -a - 3b \quad 0 = a + b \quad -1 = -2a$$

Ce système paraît sur-déterminé puisque l'on a plus d'équations que d'inconnues. Le système a pourtant une solution : $a = 1/2 \quad b = -1/2$. Ce qui signifie que la loi cherchée s'écrit comme :

ex5-3
$$V \sim \sqrt{\frac{P}{\rho}}$$

Si on remplace la pression P par une variation de pression $\Delta P \stackrel{\text{def}}{=} P - P_0$ et la masse spécifique ρ par une variation de masse spécifique $\Delta\rho \stackrel{\text{def}}{=} \rho - \rho_0$, on ne change rien à la validité dimensionnelle de la loi. Sous cette forme, la vitesse V sera effectivement la vitesse de propagation du son dans un milieu. Le rapport $\Delta P/\Delta\rho$ représente la compressibilité du matériau.

Ex 6 : On cherche à déterminer la vitesse V de propagation des ondes à la surface de l'eau, comme celles laissées, par exemple, à l'arrière d'un bateau. On nous dit que ce phénomène dépend de l'accélération gravitationnelle locale g et de la longueur d'onde λ de cette onde. Formons cette vitesse :

ex6-1
$$V \sim \lambda^a g^b \;\rightarrow\; \mathtt{m{\cdot}s}^{-1} = \mathtt{m}^a{\cdot}(\mathtt{m{\cdot}s}^{-2})^b$$

En identifiant les puissances des unités respectives, on obtient un système d'équations : $(1 = a + b)$ et $(-1 = -2b)$. La solution est immédiate : $b = 1/2$ et $a = 1/2$. La vitesse doit donc avoir comme forme :

ex6-2
$$V \sim \sqrt{\lambda g}$$

Ce qui signifie que les grandes longueurs d'onde vont plus vite que les petites. Mais un autre phénomène peut être pris en compte : la tension superficielle. La surface de séparation entre l'eau et l'air a des propriétés élastiques. On exprime ce fait en définissant une tension superficielle T qui se mesure en `N/m`. En tenant compte de cette force par unité de longueur et de la masse par unité de volume de l'eau ρ, on peut encore construire une vitesse qui dépend de λ. On obtient en effet :

ex6-3
$$V \sim \sqrt{\frac{T}{\rho\lambda}}$$

Dont on vérifie aisément la validité dimensionnelle en injectant les dimensions de chaque objet :

ex6-4
$$\mathtt{m\ s}^{-1} = \sqrt{\frac{\mathtt{N\ m}^{-1}}{\mathtt{kg\ m}^{-3}{\cdot}\mathtt{m}}} = \sqrt{\frac{\mathtt{kg\ m\ s}^{-2}{\cdot}\mathtt{m}^{-1}}{\mathtt{kg\ m}^{-3}{\cdot}\mathtt{m}}} = \mathtt{m\ s}^{-1}$$

Cette fois, la vitesse est inversément proportionnelle à la longueur d'onde. On voit donc, dans cet exemple, que l'analyse dimensionnelle peut donner des comportements fort différents. En fait, la loi expérimentale prend en compte les deux à la fois et le physicien est amené à choisir une vitesse de la forme :

ex6-5
$$V \sim \sqrt{\alpha{\cdot}\lambda g + \beta{\cdot}\frac{T}{\lambda\rho}}$$

où α et β sont deux quantités sans dimension physique.

Cet exemple montre aussi que les grandeurs sans dimension physique échappent à l'analyse dimensionnelle. Ici on peut construire une quantité :

ex6-6
$$\frac{T}{\rho g\lambda^2} \quad\rightarrow\quad \frac{\mathtt{kg\ s}^{-2}}{\mathtt{kg\ m}^{-3}{\cdot}\mathtt{m\ s}^{-2}{\cdot}\mathtt{m}^2} = 1$$

qui n'a pas de dimension et qui peut donc s'insérer partout sans modifier le contenu dimensionnel de la loi.

1-3 Dimensions et Échelles

Indépendemment des "lois" conjecturées à partir des seules unités physiques, une autre approche consiste à estimer l'ordre de grandeur des variables qui apparaissent dans les processus physiques. Ces ordres de grandeurs sont intimement liés à la connaissance expérimentale.

Deux contextes différents nous fournissent des informations :

- soit on mesure les caractéristiques d'une propriété "bien connue" de la matière,
- soit on détermine une "zone de transition" entre deux modèles de description physique.

Ce sous-chapitre traitera des dimensions que l'on comprendra comme estimation de taille, et aussi des échelles que l'on comprendra comme ordre de grandeur pertinent.

Les propriétés bien connues de la matière font apparaître des valeurs de paramètres qui sont utiles à l'estimation, à la détermination d'ordre de grandeur. L'estimation est un exercice très utile pour avoir une première idée, même très approximative, des valeurs des paramètres d'un phénomène. Mais aussi pour s'étonner et reposer le problème si les données ne se trouvent pas être dans le domaine que l'on a estimé en travaillant ainsi *à la louche*. Jetons donc ici quelques exemples.

• *Dépendance spécifique en la matière*

Commençons par le plus intuitif : les données expérimentales liées spécifiquement à la substance que l'on étudie. Par exemple : la masse volumique ρ qui exprime le rapport entre *la masse* M de matière et le *volume* V que cette matière occupe. Voici quelques exemples de liquide :

substance	masse spécifique ρ
LIQUIDE : $T = 293$ K, ρ *en* $\mathtt{kg{\cdot}m^{-3}}$	
eau	1003
lait	1030
alcool éthylique	789
glycérine	1260
huile d'olive	910
acide acétique	1049
acide sulfurique	1834
mercure	13546

Alors que pour les gaz, on a :

substance	masse spécifique ρ
GAZ : $T = 273$ K, $P = 1.0132\ 10^5$Pa, ρ *en* $\mathtt{kg{\cdot}m^{-3}}$	
air (sec)	1.2928
CO_2	1.9768
chlore	3.17
ammoniaque	0.7708
hydrogène	0.08988
méthane	0.7167
fréon	5.51

Enfin pour quelques solides (*le mercure est liquide à cette température, il est donc classé improprement) :

substance	masse spécifique ρ
SOLIDE : $T = 293$ K, ρ *en* $\mathtt{kg{\cdot}m^{-3}}$	
Al : aluminium	2707
Hg* : mercure	13546
Cu : cuivre	8954
Fe : fer	7897
Au : or	19320
Pt : platine	21450
Zn : zinc	7144
marbres, granites	2600 $\cdots$2800
sables, gravier	1200 $\cdots$1800

A la lumière de ces chiffres, la physique essayera d'expliquer ces regroupements autour des $\sim 10^3 \cdots\sim 10^4$ $\mathtt{kg{\cdot}m^{-3}}$ pour les solides alors que pour les liquides on perd un facteur ~ 10 et pour les gaz un facteur $\sim 10^4$. Poursuivons par quelques caractéristiques thermiques, comme les températures de fusion et d'ébullition :

substance	**Temp. de fusion** T en °C	**Temp. d'ébullition** T en °C
aluminium	660,37	2467
argent	961.93	2212
azote N_2	-209.86	-195.8
calcium	839	1484
cuivre	1083	2567
fer	1535	2750
mercure	-38.87	356.58
nickel	1455	2730
or	1064.43	2808
oxygène O_2	-218.4	-182.962
plomb	327.502	1740
soufre	112.8	444.674
zinc	419.58	907
méthane CH_4	-182.48	-161.49
éthane C_2H_6	-183.27	-88.62
propane C_3H_8	-187.69	-42.07
butane C_4H_{10}	-138.35	-0.5
éthylène $CH_2{=}CH_2$	-169.15	-103.71
acétylène $CH{\equiv}CH$	-80	-83.4
méthanol CH_3OH	-97.68	64.51
éthanol CH_3CH_2OH	-114.1	78.32
propanol	-126.2	97.2
butanol	-89.3	117.73

Ici aussi, outre les données factuelles, les régularités et les différences doivent trouver explication.

Enfin, le dernier tableau de valeurs expérimentales de propriétés thermiques de certains corps regroupe la *dilatation linéïque* α_l à 25 °C, la *capacité massique* c_P à pression constante et 25 °C et la *conductibilité thermique* λ à 27 °C.

substance	α_l $(10^{-6}\ \mathtt{K}^{-1})$	c_P $(\mathtt{J{\cdot}g^{-1}{\cdot}K^{-1}})$	λ $(\mathtt{W{\cdot}cm^{-1}{\cdot}K^{-1}})$
aluminium	23.1	0.897	2.37
argent	18.9	0.235	4.29
calcium	22.3	0.647	2.00
chrome	4.9	0.449	0.937
cuivre	16.5	0.385	4.01
étain	22.0	0.228	0.666
fer	11.8	0.449	0.802
magnésium	24.8	1.023	1.56
or	14.2	0.129	3.17
titane	8.6	0.523	0.219
tungstène	4.5	0.132	1.74
zinc	30.2	0.388	1.16
acier	~ 12	0.49	$47 \cdots 58$
aluminium-bronze	24	0.435	128
constantan	15	0.410	23.3
laiton	18	0.385	113
béton armé	$10 \cdots 15$	0.88	$0.39 \cdots 1.6$
sapin	≈ 3	2.1	0.14
brique	6	0.92	1
marbre	≈ 11	0.84	2.8
vitre	7.9	0.84	0.81
laine de verre		0.84	≈ 0.04

• *Constantes fondamentales de passage*

D'autres grandeurs expérimentales apparaissent en physique qui ne sont pas liées spécifiquement à telle ou telle substance. Ce sont des constantes fondamentales qui sont liées aux modèles interprétatifs physiques. Des sauts qualitatifs majeurs se marquent souvent par l'abandon du modèle ancien de description au profit d'un autre, le nouveau qui est évidemment le “moderne”. Cette transition est brutale. L'interprétation de l'environnement physique change! Mais ce qui ne change évidemment pas ce sont les acquis expérimentaux. Ils restent vrais. Une expérience n'est évidemment pas subitement devenue fausse, ce sont ses résultats qui sont interprétés différemment. Ce passage de l'ancien au nouveau laisse, en physique, des traces : les constantes que j'ai décidé d'appeler de passage.

– *Le nombre d'Avogadro*

1 $$\mathrm{N_A} = 6.0221367 \cdot 10^{23}\ \mathtt{mol}^{-1}$$

Le nombre d'Avogadro[2] $\mathrm{N_A}$ nous donne la constante de passage du macroscopique vers le microscopique. Il faut $\mathrm{N_A}$ objets microscopiques pour obtenir un objet macroscopique. Plus techniquement, c'est ce nombre qui définit le saut qualitatif entre une chimie qui s'exprimait en "équivalent" et une chimie atomique où l'atome est reconnu comme l'entité chimique réelle finale au départ duquel toutes les autres propriétés peuvent être construites et comprises. Comme l'unité de masse à l'échelle humaine avait été définie, il fallait mesurer par rapport à celle-ci la quantité d'atome que cela faisait. Le prix Nobel en 1926 fût attribué à Jean Perrin[3] pour avoir, par au moins 12 méthodes expérimentales différentes, trouvé une convergence du nombre d'Avogadro. Cette identité de valeur donna définitivement une vraisemblance et une réalité objective à l'atome. Voici quelques-uns des résultats acquis par J. Perrin :

Phénomènes observés		$N_A = \cdots \times 10^{22}$
Viscosité des gaz		62
mouvement brownien	répartition des grains	68.3
	déplacements	68.8
	rotations	65
	diffusion	69
répartition irrégulière	opalescence critique	75
	bleu du ciel	60
spectre du corps noir		64
charge de spérules dans un gaz		68
radioactivité	charges projetées	62.5
	hélium engendré	64
	radium disparu	71
	énergie rayonnée	60

Cette constante $\mathrm{N_A}$ et la masse molaire nous donnent une estimation de la masse d'un atome. Si on y ajoute la connaissance de la masse spécifique, on en déduit une estimation des distances interatomiques. Par exemple, on a pour l'aluminium une masse molaire de $A_{Al} \approx 27\ \mathtt{g}$. Ce qui nous donne une masse pour l'atome d'aluminium de $m_{Al} \approx A/\mathrm{N_A} \approx 4.5 \times 10^{-26}\ \mathtt{kg}$. Si on tient compte de la masse spécifique de $\rho_{\mathrm{Al}} \approx 2707\ \mathtt{kg{\cdot}m}^{-3}$, on peut chercher le volume v du cube qui ne contiendrait qu'un atome d'aluminium : $\rho_{Al} v_{Al} = m_{Al}$ donc $v_{Al} = m_{Al}/\rho_{Al} \approx 1.7\ 10^{-29}\ \mathtt{m}^3$ et en déduire la valeur du côté d_{Al} du cube : $d_{Al} \approx 2.6\ 10^{-10}\ \mathtt{m}$ soit 2.6 Å

Exercice : Faites de même avec l'ensemble des substances que vous connaissez. Classez les résultats en fonction de l'état de la matière considérée (gaz, liquide, solide). Énoncez une loi d'échelle approximative.

2. Amedeo di Quaregna e Ceretto comte, Turin 1776-1856.
3. À lire sans modération son livre : "*Les Atomes* " publié la première fois en 1913 et toujours réédité par exemple chez Payot. À conseiller aussi : "*Les atomes : une anthologie historique* " chez Presses Pocket, dans la collection Agora – Les Classiques.

– *La vitesse de la lumière*

2 $$c = 299\ 792\ 458\ \ \mathtt{m{\cdot}s}^{-1}$$

La vitesse de la lumière est devenue une constante de passage avec A. Einstein.[4] Elle délimite la zone de validité de la physique newtonienne. Tout phénomène qui a une vitesse proche de celle de la lumière ne peut se comprendre proprement qu'en faisant appel à la théorie de la relativité. Sa valeur, dans le SI, $c = 299792458\,\mathtt{m{\cdot}s}^{-1}$ est fixée définitivement et sert de référence pour la définition du mètre.

La vitesse d'un corps n'est pas la seule grandeur qui indiquera le passage entre la théorie newtonienne et einsteinienne. Toutes les grandeurs qui font intervenir une vitesse peuvent aussi le faire . L'énergie, par exemple, a pour dimension le produit d'une masse par le carré d'une vitesse[5]. En conséquence si l'énergie d'un processus atteint une valeur qui implique une vitesse proche de c, vous devez en déduire qu'il faut utiliser la théorie relativiste. Un cycliste de masse $m = 60\mathtt{kg}$ capable de fournir une énergie E de $E \approx\ 10^{18}\mathtt{J}$ (quelques millions de milliards de joules) est un cycliste relativiste puisque "la" vitesse caractéristique serait de $\sqrt{E/m} \approx 1.3\ 10^8\ \mathtt{m{\cdot}s}^{-1}$. Un électron cycliste de masse $m_e = 9\ 10^{-31}\ \mathtt{kg}$ pour être relativiste doit utiliser une énergie de l'ordre de $E \approx 8.1\ 10^{-14}\ \mathtt{J}$.

– *La constante de Boltzmann & la constante des gaz parfaits*

Ludwig Boltzmann (1844 - 1906) tente de déduire les lois de la chaleur de l'hypothèse atomique (hypothèse énoncée par des chimistes comme John Dalton : 1766 - 1844). Pour Boltzmann, les corps, et en particulier les gaz, sont constitués de molécules en mouvement. En conséquence de quoi les propriétés thermiques découlent des propriétés mécaniques de ces molécules[6].

La température T sera alors identifiée à l'énergie mécanique moyenne E des molécules. Deux constantes de passage vont être définies, d'une part la constante de Boltzmann k_B qui relie la température à l'énergie moyenne pour une molécule

3 $$k_B = 1.380658{\cdot}10^{-23}\ \mathtt{J{\cdot}K}^{-1}$$

4. Albert Einstein : Ulm 1879– Princeton 1955, créateur, entre autre, des théories de la relativité restreinte en 1905 puis de la relativité générale en 1916. Prix Nobel en 1921.
5. Plus tard vous rencontrerez la relation d'Einstein ($E{=}mc^2$) qui identifie la masse d'inertie à une énergie.
6. Il n'est évidemment pas le seul à se préoccuper de cela : James Clerk Maxwell (1831 - 1879) , le créateur de l'électromagnétisme, ainsi que Josiah Willard Gibbs (1839 - 1903), l'inventeur de notre notation vectorielle, sont deux protagonistes majeurs de ce qui va devenir la physique statistique. Pour Boltzmann l'entropie S est liée au logarithme du nombre d'état microscopique $\varOmega$ compatible avec l'état macroscopique $S = k_B{\cdot}\ln\,\varOmega$.
Profitons de cette note, pour rappeler que le nom même de l'unité de l'énergie : le `joule`, provient de l'étude de la chaleur faite par le physicien James Prescott Joule (1818 - 1889) qui montre que la chaleur n'est pas une substance mais un "équivalent" travail mécanique. Il mesure l'équivalent mécanique de la chaleur en 1842 : 1 calorie=3.86 joule. La valeur admise actuellement est 4.18 joule.

et la constante des gaz parfaits R qui fait le même lien, mais sur des quantités macroscopiques, c'est-à-dire par mole de gaz parfait :

4 $$R \stackrel{\text{def}}{=} \mathrm{N_A}\cdot k_B = 8.314510\ \mathtt{J\cdot mol^{-1}\cdot K^{-1}}$$

C'est le R qui apparaît dans la loi des gaz parfait : $P{\cdot}V = n{\cdot}R{\cdot}T$.

Il faut donc ≈ 8 joules pour augmenter d'un kelvin la température d'une mole de gaz. De même il faut $\approx 1.4\ 10^{-23}$ joule, en moyenne par molécule, pour élever la température d'une molécule[7] d'un kelvin.

– *La constante de Planck*

Prenons enfin une dernière constante de passage, introduite par Max Planck en 1900, qui va, comme c, définir une limite de validité de la mécanique classique (non pas pour les grandes vitesses cette fois, mais pour le domaine atomique). La mécanique qui décrira correctement le comportement des atomes, des molécules, des électrons et a fortiori le comportement à l'intérieur du noyau atomique, n'est pas la mécanique classique newtonienne, ni la mécanique relativiste einsteinienne, mais une dynamique nouvelle : la mécanique quantique. Elle ne sera abordée, pour certains, qu'en deuxième candidature. Nous nous intéresserons ici seulement aux dimensions physiques de cette constante. La constante de Planck h a les dimensions d'une énergie multipliée par un temps. C'est ce que les physiciens appellent aussi une dimension d' action :

5 $$h = 6.6260755{\cdot}10^{-34}\ \mathtt{J{\cdot}s}$$

On trouve aussi cette constante sous une forme appelée réduite :

6 $$\hbar \stackrel{\text{def}}{=} \frac{h}{2\pi} = 1.05457266{\cdot}10^{-34}\ \mathtt{J{\cdot}s}$$

Max Planck avait introduit un nouveau concept qui allait se révéler, plus tard, être capital et destructeur pour la mécanique classique. Pour expliquer le rayonnement émis par un corps chauffé, il fait l'hypothèse que la matière atteint son équilibre thermique en absorbant et émettant la lumière par paquets discontinus : les quantas.

A. Einstein reprend à son compte cette explication semi-empirique de Planck et, encore en 1905[8], l'utilise pour expliquer le phénomène photoélectrique (grosso modo l'expulsion d'électrons d'un métal lorsqu'on éclaire sa surface). Il modélise la lumière comme une collection de paquets d'énergie, des corpuscules en quelque sorte, appelés photons. La quantité d'énergie E portée par chaque photon est, suivant Einstein, liée à la fréquence lumineuse ν par la relation que Planck avait créée : $E = h{\cdot}\nu$.

Dans le cadre de ce cours, $\hbar$ ne sera utilisé que comme indicateur de passage entre mécanique classique et mécanique quantique. Cela signifie que si vous pouvez repérer, dans un phénomène physique, une énergie

7. élever la température d'une molécule n'a évidemment pas de sens puisqu'il s'agit d'une propriété moyenne.
8. Il est intéressant de remarquer que cette même année 1905 outre la relativité restreinte et l'effet photoélectrique, A. Einstein explique le mouvement brownien par un modèle atomique. C'est pour ce mouvement brownien et pour l'effet photoélectrique qu'il recevra le prix Nobel.

E et un temps caractéristique T et que si le produit des deux donne une grandeur d'action A beaucoup plus grande que $\hbar$: $A = E \times T \gg \hbar$, alors la mécanique classique peut suffir pour décrire le phénomène. Si par contre $A \approx \hbar$ alors le passage vers la mécanique quantique est rendu obligatoire.

Illustrons cela par quelques exemples.

Exercice 1 : Notre Terre (de masse $M_T \sim 6\ 10^{24}\mathtt{kg}$) tourne sur elle-même en 24 $\mathtt{h}$ (soit 86400 $\mathtt{s}$) . Cherchons à construire une grandeur d'action A et comparons-la à $\hbar$.

Le rayon de la Terre R_T étant approximativement de 6400 $\mathtt{km}$, on peut estimer la vitesse de rotation de l'équateur à : $V = 2\pi R_T/T \sim (2 \times 3.14 \times 6.4\ 10^6)/(86400) \sim 465\ \mathtt{m{\cdot}s}^{-1}$. On estime l'énergie accumulée dans la rotation E_{rot} à $E_{rot} \sim M_T V^2$ [9] $\sim 1.3\ 10^{30}\mathtt{J}$. Si on multiplie ce résultat par le temps caractéristique de rotation T, on obtient une action $A \sim 10^{35}\ \mathtt{J{\cdot}s} \sim 10^{69}\ \hbar$ beaucoup plus grande que $\hbar$. Le phénomène de rotation de la terre est sans doute correctement décrit par la mécanique classique.

Exercice 2 : Expérimentalement l'énergie nécessaire pour arracher l'unique électron à l'atome d'hydrogène est de $E_i \simeq 2 \times 10^{-18}\mathtt{J}$. Le spectre de lumière émis par ce même hydrogène possède une fréquence maximale correspondant à de l'ultraviolet $\nu_{max} \simeq 3 \times 10^{15}\ \mathtt{Hz}$. Trivialement nous obtenons une action A de l'ordre de $A \simeq E_i/\nu_{max} \simeq 10^{-34}\ \mathtt{J{\cdot}s} \simeq \hbar$. On ne peut donc pas comprendre l'atome d'hydrogène sans recours au modèle quantique[10].

• *Constantes de couplage*

Depuis I. Newton, les physiciens ramènent la description de l'ensemble des phénomènes naturels à l'existence de forces, d'interaction à distance entre objets. Les physiciens ont mesuré les caractéristiques (intensité, direction, dépendances, ...) de ces forces et ont ainsi déterminé plusieurs constantes fondamentales de couplage entre les corps :

force : *force gravitationnelle*
dépendances : proportionnelle au produit des masses m_1,m_2 et inversement proportionnelle au carré de la distance r qui les sépare.
constante $G = 6.67259 \times 10^{-11}\ \mathtt{m}^3{\cdot}\mathtt{kg}^{-1}{\cdot}\mathtt{s}^{-2}$
nom : constante gravitationnelle.
formulation :

1 $$F = G{\cdot}\frac{m_1{\cdot}m_2}{r^2}$$

force : *force électrique*
dépendances : proportionnelle au produit des charges q_1,q_2 et inversement proportionnelle au carré de la distance r qui les sépare.

9. Vous verrez plus tard que la formule est exacte si on multiplie le tout par $2/5$. .
10. Exemple tiré de *Quantique – Rudiments* de J-M Lévy-Leblond et F. Balibar, InterEditions, 1984

constante $\epsilon_0 = 8.85418782{\cdot}10^{-12}$ $\mathtt{A{\cdot}s/(V{\cdot}m)}$ ou des $\mathtt{C^2/(N{\cdot}m^2)}$
ou encore en SI : $\mathtt{m^{-3}{\cdot}s^4{\cdot}kg^{-1}{\cdot}A^2}$
nom permittivité du vide
formulation :

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{q_1{\cdot}q_2}{r^2} \tag{2}$$

force : *force magnétique*
dépendances : proportionnelle au produit des courants i_1,i_2, à la longueur l d'un fil, l'autre étant supposé infini
et inversement proportionnelle à la distance r qui les sépare.
constante : $\mu_0 = 4\pi{\cdot}10^{-7}$ $\mathtt{V{\cdot}s/(A{\cdot}m)}$ ou des $\mathtt{N/A^2}$
ou encore en SI : $\mathtt{m{\cdot}s^{-2}{\cdot}kg{\cdot}A^{-2}}$
nom : perméabilité du vide
formulation :

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{l{\cdot}i_1{\cdot}i_2}{r} \tag{3}$$

Attention, on a repris ci-dessus uniquement **l'intensité de la force** et passé sous silence les autres attributs comme la direction et le sens, puique seul nous intéressait les constantes de couplage que ces forces définissent.

• *Échelles*

Muni de l'ensemble de ces constantes, on peut appliquer l'analyse dimensionnelle à souhait et créer ainsi une quantité d'objets aux dimensions prescrites. Reste un problème de pertinence et d'échelle. Si on trouve une valeur numérique pour une grandeur physique, par exemple l'énergie de rotation de la Terre $E \simeq 10^{30}\mathtt{J}$, que peut-on déduire ? Est-ce beaucoup ou peu pour une énergie ? Est-ce grand ou petit et par rapport à quoi ? Est-ce exceptionnel ou normal et par rapport à quoi ?

En fait, le physicien a chaque fois besoin, pour convaincre, pour être pertinent, de comparer ces valeurs à quelque chose de choisi, de faire référence à une échelle à une dimension. Cette référence est très importante car elle permet de comprendre mieux une valeur numérique et de remettre dans un contexte de connaissance une grandeur calculée.

Essayons donc de définir des échelles de pertinence.

– *Échelle atomique*

Dans le monde atomique, il est évident que le mètre n'est pas une unité de longueur bien adaptée. L'échelle de longueur couramment rencontrée dans ce domaine est de l'ordre de 10^{-10} $\mathtt{m} \stackrel{\text{def}}{=} 1\text{Å} = \mathtt{0.1nm}$, soit un angstrom, soit encore un dixième de nanomètre ou enfin un dix milliardième de mètre. Comme échelle de masse on peut prendre la masse d'un atome d'hydrogène de l'ordre de 10^{-27} `kg`. Reste encore à estimer une échelle de temps et une échelle de courant pour obtenir l'échelle atomique du SI. On peut bien entendu choisir des unités dérivées plus parlantes, comme l'énergie. La consultation des tables expérimentales de l'énergie de liaison dans les molécules diatomiques ou de l'énergie d'ionisation d'atome, ou encore l'énergie d'extraction des électrons d'une surface métallique, nous indique toujours des énergies de l'ordre de "l'électron-volt" ($1.\mathtt{eV} \simeq 1.6 10^{-19}$ `J`). Nous avons donc à notre disposition une échelle de longueur atomique L_{at} une échelle de masse atomique M_{at} et une échelle d'énergie atomique E_{at}. On y ajoute une échelle atomique de charge électrique Q_{at} que l'on choisit commme étant celle de l'électron ($\simeq 1.6\ 10^{-19}$ `C`). On peut donc construire l'ensemble des unités pertinentes. Nous pouvons, par exemple, définir une échelle de temps atomique en se référant à la masse, à l'énergie et à la longueur typique, on obtient simplement :

4
$$\left\{\begin{array}{l} L_{at} = 10^{-10}\ \mathtt{m} \\ M_{at} = 10^{-27}\ \mathtt{kg} \\ E_{at} = 10^{-19}\ \mathtt{J} \end{array}\right. \rightarrow \begin{array}{l} E_{at} = M_{at}\cdot {L_{at}}^2\cdot {T_{at}}^{-2} \\ \quad\downarrow \\ T_{at}^2 = \dfrac{M_{at}L_{at}^2}{E_{at}} \\ \quad\downarrow \\ T_{at} = \sqrt{\dfrac{M_{at}L_{at}^2}{E_{at}}} \end{array} \qquad T_{at} = \sqrt{\frac{10^{-27}10^{-20}}{10^{-19}}} = 10^{-14}\ \mathtt{s}$$

On peut maintenant construire à souhait les autres grandeurs :

5
$$\begin{array}{rl} \text{vitesse :} & V_{at} = L_{at}/T_{at} = 10^{-10}/10^{-14} = 10^4\ \mathtt{m{\cdot}s}^{-1} \\ \text{accélération :} & a_{at} = 10^{18}\ \mathtt{m{\cdot}s}^{-2} \\ \text{courant :} & I_{at} = Q_{at}/T_{at} = 10^{-19}/10^{-14} = 10^{-5}\ \mathtt{A} \\ \text{force :} & F_{at} = M_{at} \times a_{at} = 10^{-27}\cdot 10^{18} = 10^{-9}\ \mathtt{N} \\ \text{pression :} & P_{at} = F_{at}/L_{at}^2 = 10^{-9}/10^{-20} = 10^{11}\ \mathtt{N{\cdot}m}^{-2} = 10^{11}\ \mathtt{Pa} = 10^6\ \mathtt{atm} \\ \text{etc... :} & \ldots \end{array}$$

On peut maintenant s'amuser à déterminer la pertinence des forces que l'on connait ou des constantes fondamentales. Par exemple, si la force atomique était d'origine gravitationnelle alors nous aurions une relation du genre :

6
$$F \simeq G\cdot\frac{M\cdot M}{L^2} \rightarrow G \simeq \frac{F_{at} \times L_{at}^2}{M_{at}^2} \simeq \frac{10^{-9}10^{-20}}{10^{-54}} = 10^{25} \quad \textit{oups...?}$$

alors que si l'origine de la force atomique est électrique on doit avoir :

7
$$F \simeq \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{Q\cdot Q}{L^2} \rightarrow 4\pi\epsilon_0 \simeq \frac{{Q_{at}}^2}{{L_{at}}^2\cdot F_{at}} \simeq \frac{10^{-38}}{10^{-20}\cdot 10^{-9}} = 10^{-9} \quad \textit{Yes!}$$

puisque $4\pi\epsilon_0 = 1.113\ 10^{-10}$. Il n'y a pas de hasard de proximité, on peut donc conclure que : *la constante de permittivité du vide ϵ_0 est une constante qui relève du domaine atomique.*

Cherchons s'il y a pertinence de μ_0 dans le domaine atomique :

8 $$F \simeq \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{L\cdot i\cdot i}{r} \;\rightarrow\; \frac{\mu_0}{2\pi} \simeq \frac{F_{at}}{I_{at}^2} \simeq \frac{10^{-9}}{10^{-10}} = 10^1 \quad \textit{re oups!}$$

Cette valeur est fort différente de la valeur expérimentale de $\mu_0 \simeq 1.26\ 10^{-6}\ \mathtt{N/A}^2$ ce qui signifie que μ_0 ne relève pas de l'échelle atomique ainsi définie. On peut se demander ce qui doit être changé pour faire entrer μ_0 dans ce cadre? On voit que, puisque l'on ne peut pas toucher à l'échelle de force atomique ni à celle de la charge atomique, il nous reste la possibilité de modifier l'échelle de temps atomique qui avait été choisie. Cherchons donc une nouvelle échelle de temps T'_{at} où μ_0 devient pertinente à l'échelle atomique :

9 $$\frac{\mu_0}{2\pi} \simeq \frac{F_{at}}{I_{at}^2} = \frac{F_{at}\cdot T'^2_{at}}{Q_{at}^2} = \frac{10^{-9}\cdot T'^2_{at}}{10^{-38}} \simeq 2\times 10^{-7} \rightarrow T'_{at} = 10^{-18}\ \mathtt{s}$$

Cela implique une nouvelle vitesse atomique de l'ordre de

10 $$V_{at} = L_{at}/T'_{at} = 10^{-10}/10^{-18} = 10^8\ \mathtt{m}\cdot\mathtt{s}^{-1}$$

Ce qui signifie que μ_0 est pertinent à cette échelle si les vitesses en jeu sont de l'ordre de la vitesse de la lumière!

– *Échelle planétaire*

On peut ainsi continuer et chercher à construire d'autres échelles de pertinence comme, par exemple, une échelle planétaire. On choisit la masse de la Terre comme masse de référence, (les masses planétaires vont de 0.05 fois la masse de la Terre pour Mercure à 318 fois la masse de la Terre pour Jupiter). Les rayons des planètes vont de $2.4\cdot10^6$ m pour Mercure, à $70\cdot10^6$ m pour Jupiter. Pour les temps on peut choisir une durée de révolution typique. Pour la Terre on a 24h, soit quelques $8.64\cdot10^4$ s, pour Jupiter on a seulement $3.54\cdot10^4$ s. Deux exceptions à cette estimation de l'ordre de 10^4 s, Vénus et Mercure qui affichent un temps de révolution de $2.1\cdot10^7$ s et $5.1\cdot10^6$ s respectivement. On peut donc choisir un triplet planétaire :

11 $$M_{pl} = 10^{25}\ \mathtt{kg} \qquad L_{pl} = 10^7\ \mathtt{m} \qquad T_{pl} = 10^4\ \mathtt{s}$$

On déduit, comme avant, les autres grandeurs dans cette échelle par un jeu sucessif de manipulations dimensionnelles. Une vitesse V est le rapport d'une longueur à un temps L/T, une accélération le rapport d'une vitesse à un temps $A = V/T$, une force est le produit d'une masse par une accélération $F = M \times A$ et ainsi de suite ; de proche en proche on construit l'échelle planétaire :

12 $$V_{pl} = 10^3\ \mathtt{m}\cdot\mathtt{s}^{-1} \quad A_{pl} = 10^{-1}\ \mathtt{m}\cdot\mathtt{s}^{-2} \quad F_{pl} = 10^{24}\ \mathtt{N} \quad E_{pl} = 10^{31}\ \mathtt{J} \quad \text{etc.\dots}$$

Cherchons la pertinence G dans cette échelle :

13 $$\begin{aligned} G &\simeq 6.67\times 10^{-11}\ \mathtt{m}^3\cdot\mathtt{kg}^{-1}\cdot\mathtt{s}^{-2} \\ G &\simeq 6.67\ 10^{-11}(10^{-7}L_{pl})^3\cdot(10^{-25}M_{pl})^{-1}\cdot(10^{-4}T_{pl})^{-2} \\ G &\simeq 6.67\ 10^{-11}10^{-21}10^{25}10^{8}\ L_{pl}^3\cdot M_{pl}^{-1}\cdot T_{pl}^{-2} \\ G &\simeq 66.7\ L_{pl}^3\cdot M_{pl}^{-1}\cdot T_{pl}^{-2} \end{aligned}$$

G est donc commensurable à cette échelle, alors qu'à bien y réfléchir, rien n'indique explicitement un rôle quelconque de la gravité.

On aurait pu aussi calculer inductivement un G dans cette échelle :

14 $$F_{pl} = G \cdot \frac{{M_{pl}}^2}{{L_{pl}}^2} \ \rightarrow \ G = \frac{F_{pl} \times {L_{pl}}^2}{{M_{pl}}^2} = \frac{10^{24} \cdot 10^{14}}{10^{50}} = 10^{-12} \ \mathtt{SI}$$

On peut s'amuser à calculer une charge Q_{pl} qui peut être adaptée à cette échelle en imposant que la valeur de ϵ_0 soit elle aussi commensurable à cette échelle (ce qui est relativement très tiré par les cheveux).

15 $$F_{pl} = 10^{24} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_{pl}^2}{L_{pl}^2} \quad \rightarrow \quad Q_{pl} = \sqrt{10^{24} \times 1.113 \ 10^{-10} \times 10^{14}} \approx 1.0 \times 10^{14} \ \mathtt{C}$$

Conclusions de Grandeurs et Unités

Arrêtons-nous ici dans cette analyse dimensionnelle et dans la construction d'échelle. Nous laisserons aux exercices le soin de compléter cette information. Certes l'ensemble des informations communiquées ici ne sont pas toutes directement accessibles puisque beaucoup d'informations vous échappent (comme $\hbar$, k_B, etc. . .). Mais cela n'empêche pas de se former une culture générale scientifique.

Cette approche peut être aussi vue comme une tentative de marcher sur l'eau, c'est-à-dire une tentative de progression rapide par accumulation de données sans nécessairement entrer dans le détail des choses. On procède parfois ainsi pour, par cercles successifs et de l'extérieur vers l'intérieur, atteindre une compréhension optimale en consacrant du temps à explorer le contexte.